

# 演習問題

理想気体の断熱変化 ( $\Delta Q=0$ ) では、

$$\underline{C_V dT + p dV = 0}$$

これに理想気体の状態方程式

$$\underline{pV = nRT}$$

を代入し、マイヤーの関係式

$$\underline{C_p - C_V = nR}$$

を使って、断熱変化におけるポアッソンの法則

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.}$$

$$pV^{\gamma} = \text{const.}$$

を導け。ただし、 $\gamma = C_p / C_V$  とする。

# 演習問題

断熱変化におけるポアッソンの法則

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.}$$

$$pV^{\gamma} = \text{const.}$$

を導け。

(解答)

理想気体の断熱変化では、 $C_v dT + p dV = 0$

ここで状態方程式  $pV = nRT$  を使うと、

$$\therefore C_v dT + nRT/V dV = 0 \quad \therefore C_v dT/T + nR dV/V = 0$$

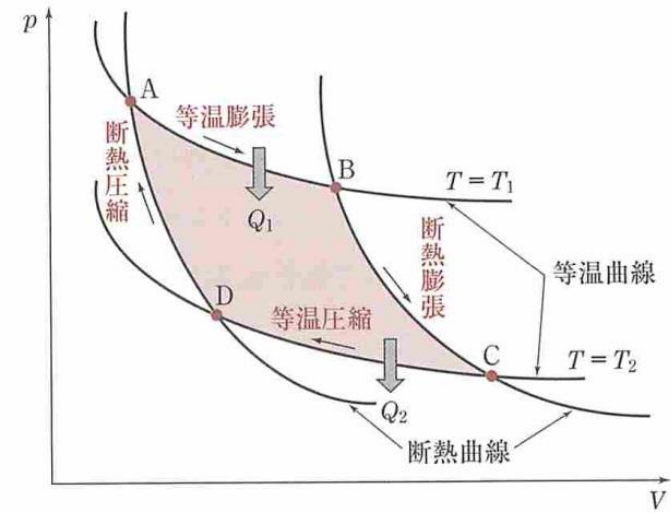
$$\therefore C_v \log T + nR \log V = C \quad \therefore \log T + nR/C_v \log V = C$$

ここで  $\gamma = C_p/C_v$  なので、マイヤーの関係式  $C_p - C_v = nR$  を使うと、  
 $\log TV^{\gamma-1} = C \quad \therefore TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad \therefore PV^{\gamma} = \text{const} (\because PV = nRT)$

# 演習問題:

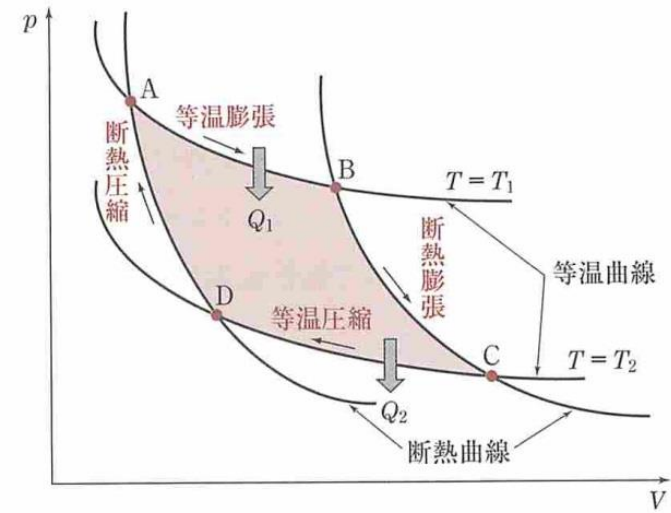
理想気体が等温過程で  
(外に)する仕事を求めよ。

(ヒント) 体積が $V_A$ から $V_B$ まで変わるとして、 $T$ 一定のもとで、 $\Delta W' = \int p dV$ を積分せよ。



# 演習問題:

理想気体が等温過程で  
(外に)する仕事を求めよ。



(解答)

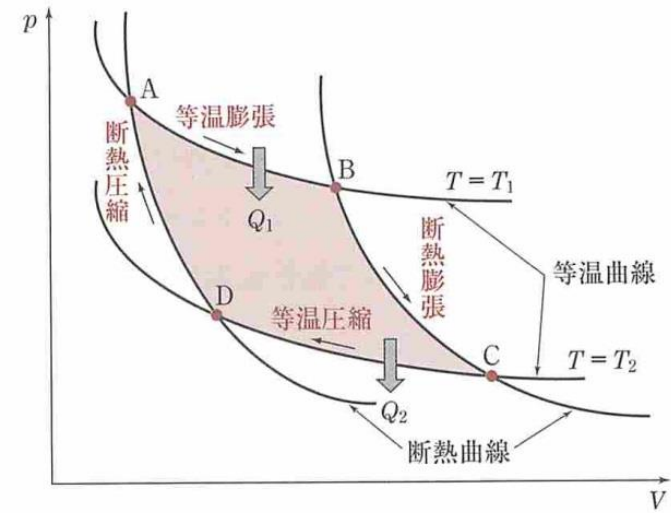
$$W = \int_{V_A}^{V_B} p dV = nRT \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = nRT \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right)$$

⇒理想気体は、等温過程では外から熱を吸収することによって外に仕事をすることができる。

この結果は、温度差がなくても体積を変えることによって熱を移動させることが可能なことを示している。

# 演習問題:

理想気体が断熱過程で  
(外に)する仕事を求めよ。



(ヒント) 体積がVBからVCまで変わるとして断熱過程におけるポアソンの法則を利用して、 $\Delta W' = p dV$ を積分せよ。

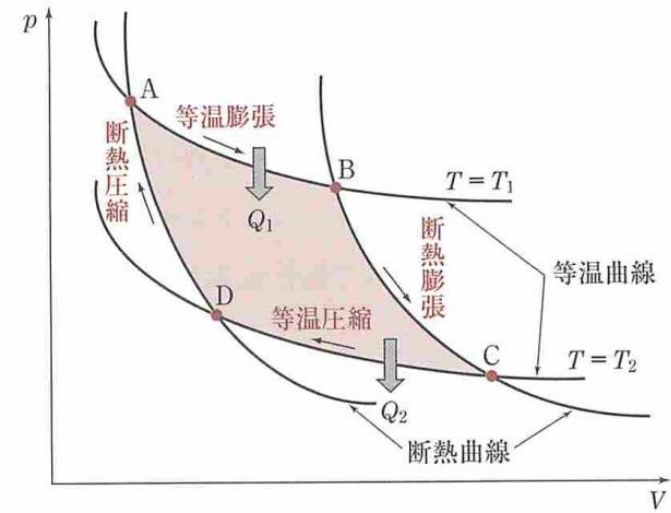
ポアソンの法則:

断熱変化 ( $\Delta Q = 0$ ) では、 $\gamma = C_p / C_v$ として、

$$pV^\gamma = \text{const. or } TV^{\gamma-1} = \text{const.}$$

# 演習問題:

理想気体が断熱過程で  
(外に)する仕事を求めよ。



(解答)

断熱過程におけるポアソンの法則を使うと、 $\gamma = C_p/C_v$ として、

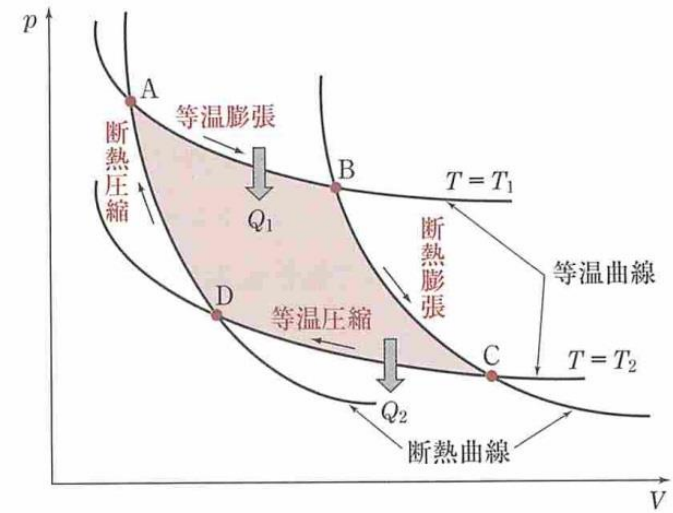
$$W = \int_{VB}^{VC} p dV = k \int_{VB}^{VC} 1/V^\gamma dV = k/(1-\gamma) [V^{1-\gamma}]_{VB}^{VC} = \frac{k(V_B^{1-\gamma} - V_C^{1-\gamma})}{\gamma-1} =$$
$$\frac{p_B V_B - p_C V_C}{\gamma-1} = \frac{nR(T_1 - T_2)}{\gamma-1} = C_v(T_1 - T_2) \quad (\because PV=nRT, C_p - C_v = R)$$

⇒理想気体は、断熱過程では自身の温度を下げることで、  
外に仕事をする事ができる。

# 演習問題:

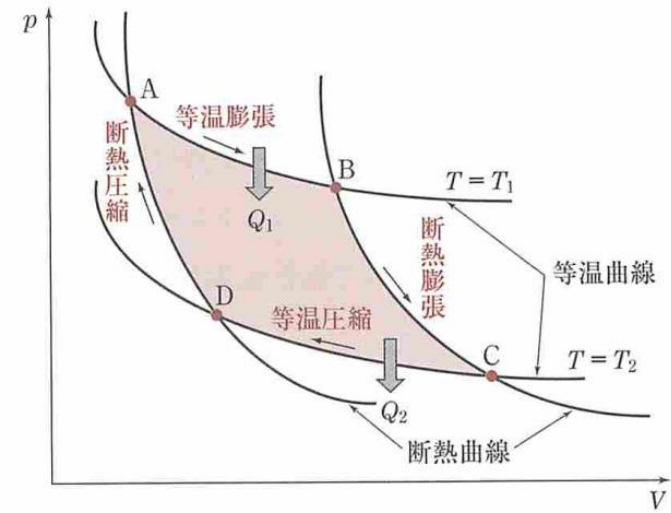
理想気体のカルノーサイクルが1サイクルで(外に)する仕事を求めよ。

(ヒント:各過程での(外にする)仕事を合計し、ポアソンの法則を使う)



# 演習問題:

理想気体のカルノーサイクルが1サイクルで(外に)する仕事を求めよ



(解答)

1サイクルでする仕事は、 $W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$ であるが、 $W_4 = -W_2$ なので

$$W = W_1 + W_3 = nRT_1 \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right) - nRT_2 \ln \left( \frac{V_C}{V_D} \right)$$

ここで、ポアソンの法則より、

$$T_1 V_B^{\gamma-1} = T_2 V_C^{\gamma-1} \quad \text{かつ} \quad T_2 V_D^{\gamma-1} = T_1 V_A^{\gamma-1}$$

$$\therefore V_C = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_B \quad \text{かつ} \quad V_D = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_A \quad \therefore \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$$

$$\therefore W = nR(T_1 - T_2) \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right)$$