

問題6 一般に、同じ環境にあって下記の近似式で凝結成長する2つの水滴は、その質量の差が時間とともに増大することを証明しましょう。

$$r(t) = \sqrt{r_0^2 + 2\xi t}$$

解答例

初期時刻における半径を $r_1(0)$ 、 $r_2(0)$ とし、 $r_1(0) > r_2(0)$ とする。時刻 t における質量はそれぞれ、

$$m_1(t) = \rho_L \frac{4}{3} \pi r_1(t)^3 = \rho_L \frac{4}{3} \pi \{ r_1(0) + 2\xi t \}^{3/2}$$

$$m_2(t) = \rho_L \frac{4}{3} \pi r_2(t)^3 = \rho_L \frac{4}{3} \pi \{ r_2(0) + 2\xi t \}^{3/2}$$

よって

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ m_1(t) - m_2(t) \} = 4\pi\rho_L\xi [\{ r_1(0) + 2\xi t \}^{1/2} - \{ r_2(0) + 2\xi t \}^{1/2}] > 0$$

すなわち $(m_1(t) - m_2(t))$ は時間とともに増加する。