

問題5

ヘイズ粒子は、周囲の飽和比が S^* を超え、半径が r^* を超えると活性化して雲粒を形成します。このとき、元の凝結核は完全に雲粒に溶けているものとしします。温度が同じとき、 $r=r^*$ における溶液の濃度は、凝結核が小さいほど濃くなることを証明しましょう(凝結核の物質は同じとしします)。ただし濃度は(溶質の質量)/(水の質量)としします。なお、臨界半径は

$$r^* = \sqrt{\frac{3b}{a}} \quad , \quad a = 3.3 \times 10^{-5} / T \quad (\text{cm})$$

$$b = 4.3iM / m_s \quad (\text{cm}^3)$$

で表せるものとしします。Tは温度、iはファントホッフ因子、Mは溶質の質量、 m_s は溶質の分子量としします。

解答例

濃度をxとすると

$$\begin{aligned} x &= \frac{M}{\rho_L \frac{4}{3} \pi r^{*3}} = \frac{M}{\rho_L \frac{4}{3} \pi \left(\frac{3b}{a}\right)^{3/2}} = \frac{M}{\rho_L \frac{4}{3} \pi \left(\frac{12.9iM/m_s}{3.3 \times 10^{-5}/T}\right)^{3/2}} \\ &= \frac{1}{\rho_L \frac{4}{3} \pi \left(\frac{12.9i/m_s}{3.3 \times 10^{-5}/T}\right)^{3/2}} \left(\frac{1}{M^{1/2}}\right) \end{aligned}$$

溶質の質量Mが大きくなるほど、濃度xが小さくなる